

## 11. Aufgabenblatt zur Numerik 1

Abgabe: 14.01.2009, 18.00 Uhr in die Kästen im Foyer

### Aufgabe 1 $L^p$ Norm

Man rechne die Norm-Eigenschaften für die sog.  $L^p$ -Norm nach, die wie folgt für Funktionen  $f \in C[a, b]$  definiert ist:

$$\|f\|_p := \left( \int_a^b |f|^p dx \right)^{1/p}$$

### Aufgabe 2 $(\cdot, \cdot)_\omega$ Skalarprodukt

Man zeige, dass mit

$$(f, g)_\omega := \int_{-1}^1 f(x)g(x)\omega(x)dx \quad \omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

ein Skalarprodukt auf dem Vektorraum  $C[a, b]$  definiert ist.

### Aufgabe 3 Legendre-Polynome

Die Legendre-Polynome  $L_n \in P_n$  können in folgender Form dargestellt werden:

$$L_n(x) = \frac{n!}{(2n)!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad n = 0, 1, \dots$$

Man rechne die Orthogonalität der Polynome bzgl. des Skalarprodukts  $(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)$  nach.

### Aufgabe 4\* Bestapproximation

Gegeben sei  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \cos \pi x$ . Berechnen Sie die Bestapproximation in den Polynomräumen  $P_0, P_1, P_2$  bzgl. der  $L^2$ -Norm (Gauß-Approximation). Vergleichen Sie die  $L^2$ -Norm und die Maximumsnorm der Fehler.

**APRES  $\pi$  PARTY**  
Der Fachschaft Mathematik

Mittwoch, 14.01.2009  
**Kaktusfarm**  
Einlass: 20.00 Uhr

**VVK: 3 €**  
(Mathtower,  
9. Etage,  
FS Mathe)

**AK: 4 €**

Softdrinks / Bier: 1 €  
Longdrinks / Bowle: 2 €