

Analysis I (Lehramt)

3. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 8 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 23.10.2008*

Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an.

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^2 - 1$

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^3$

c) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^2$

d) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) := 2n$

e) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) := x^2$

f) $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1], f(x) := x^2$

Hinweis: In der Vorlesung wurden noch keine Wurzeln eingeführt. In dieser Aufgabe dürfen Sie aber die aus der Schule bekannten Eigenschaften der Wurzeln benutzen.

Aufgabe 9 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 23.10.2008*

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^2 - 1$ die Funktion aus Aufgabe 8 a). Bestimmen Sie:

a) den Bildbereich $f(\mathbb{R})$

b) die Menge $f^{-1}([-2, 3])$

c) die Menge $f^{-1}([8, 24])$

Aufgabe 10 *Hausaufgabe bis Dienstag, 28.10.2008 (2 Punkte)*

Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an.

a) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^2$

b) $f : \mathbb{N} \rightarrow \{-1, 1\}, f(n) := (-1)^n$

c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) := n + 1$

d) $f : [0, 1] \rightarrow [2, 3], f(x) := x + 2$

Aufgabe 11 *Hausaufgabe bis Dienstag, 28.10.2008 (2 Punkte)*

Es seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zwei surjektive Abbildungen und $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) Die Abbildung $f + g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $(f + g)(x) := f(x) + g(x)$ ist surjektiv.

b) Die Abbildung $\lambda f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $(\lambda f)(x) := \lambda f(x)$ ist surjektiv.

Aufgabe 12 *Hausaufgabe bis Dienstag, 28.10.2008 (2 Punkte)*

Gibt es Abbildungen $f : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1)$, die...

- a) ... injektiv, aber nicht surjektiv,
- b) ... bijektiv,
- c) ... surjektiv, aber nicht injektiv

sind? Geben Sie gegebenenfalls Beispiele an und machen Sie Skizzen.

Aufgabe 13 *Hausaufgabe bis Dienstag, 28.10.2008 (1 Punkt)*

Skizzieren Sie mit Hilfe von Maple den Graph der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5 - x \sin(x) - 3x^3$$

und überlegen Sie anhand der Skizze, ob diese Funktion injektiv und/ oder surjektiv ist (ohne "Beweis").

Hinweis: Im 9.Stock des Mathematikgebäudes steht für alle Mathematikstudierenden kostenlos ein "CIP-Pool" zur Verfügung. Auf den Rechnern dort ist auch Maple installiert. Die Anmeldung zur Benutzung des CIP-Pools erfolgt bei Frau Dr. L. Rivkind, Raum M/1032, Telefon 755-3431, Sprechstunde: Montag und Mittwoch, 14-15 Uhr

Hinweis: Die Bearbeitung der Hausaufgaben darf in Gruppen (bis zu 3 Studierende) erfolgen. Die Bearbeitungen werden in den Übungsgruppen abgegeben.