

5. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt Gymnasium“ Wintersemester 2007/08

Abgabetermin: Mittwoch, 28.11.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 17: Bestimmen Sie näherungsweise die positive Lösung der quadratischen Gleichung $x^2 = 3$, indem Sie 6 Schritte des Intervallhalbierungsverfahrens mit Startintervall $J_0 := [1, 2]$ durchführen.

Aufgabe 18: Für $a, b \in \mathbb{R}$ sei $r := \sqrt{a^2 + b^2}$. Berechnen Sie alle Lösungen $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ des quadratischen Gleichungssystems

$$x^2 - y^2 = a, \quad 2xy = b.$$

Stellen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von a und r dar.

Aufgabe 19: Leiten Sie mittels Aufgabe 18 und den Funktionalgleichungen für Sinus und Kosinus die folgenden Formeln her:

$$\cos \frac{s}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos s}{2}} \quad \text{und} \quad \sin \frac{s}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos s}{2}} \quad \text{mit } s \in \mathbb{R}$$

Berechnen Sie dann $\sin \frac{\pi}{8}$ und $\cos \frac{\pi}{8}$.

Aufgabe 20: Untersuchen Sie die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte.

$$\text{a) } a_n := \frac{4n^3 - (-1)^n n^2}{5n + 2n^3} \quad \text{b) } b_n := \frac{\cos(3n)}{\sqrt{\sqrt{n}}} \quad \text{c) } c_n := \frac{n! - 5}{3n^4 + 7^n}$$