Prof. Dr. M. Voit

SS 2007

Stochastik I

Blatt 8

Abgabetermin: Freitag, 01. Juni 2007, 11.00 Uhr, in die Briefkästen im Foyer

Wiederholen Sie folgende Begriffe:
Integration von Treppenfunktionen und L^1-Funktionen; Auswertung von Integralen bei diskreten und kontinuierlichen Maßen, Erwartungswert, Varianz.

Aufgabe 1 Normalverteilungen

a) Es seien X eine $\mathbb{R}$-wertige, $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$. Zeigen Sie, dass $aX + b$ ebenfalls normalverteilt ist, und bestimmen Sie die passenden Parameter.

b) Es sei X eine $N(1,2)$-verteilte Zufallsvariable. Bestimmen Sie anhand der rückseitigen Tabelle $P(X \in [0,2])$.
(Achtung: Rückseitige Tabelle bezieht sich auf $N(0,1)$!)

c) Für eine $N(0,1)$-verteilte Zufallsvariable X bestimme man die Dichte der $[0, \infty[$-wertigen Zufallsvariablen X^2 und e^X.

d) Bestimmen Sie $E(X^2)$ und $E(e^X)$.

Aufgabe 2 Gamma-Verteilungen

Es sei X eine $B_{n,p}$ Binomial-verteilte Zufallsvariable. Bestimmen Sie $E(e^X)$.

Aufgabe 3

Es seien $X, Y : \Omega \to \mathbb{R}$ Zufallsvariable mit

$$P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = Y(\omega)\}) = 1.$$

Überprüfen Sie, ob X und Y dieselben Verteilungen haben!

Aufgabe 4

Eine Borelmenge $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ sei mit der Borel σ-Algebra $\mathcal{B}(A)$ versehen. Es sei P_A ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(A, \mathcal{B}(A))$. Zeigen Sie, dass

$$P(B) := P_A(A \cap B), \ B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$$

ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\mathbb{R}^d, \mathcal{B}(\mathbb{R}^d))$ definiert. Inwieweit ist die Binomialverteilung $B_{n,p}$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $\mathbb{R}$?