

Algebra I Übungsblatt 6

Aufgabe 24:

Sei R ein Hauptidealbereich. Zeigen Sie, dass für $a, b \in R \setminus \{0\}$ gilt

$$\langle a \rangle \cap \langle b \rangle = \langle \text{kgV}(a, b) \rangle.$$

Aufgabe 25:

Zeigen Sie, dass in einem Hauptidealbereich jedes von $\{0\}$ verschiedene Primideal ein Maximalideal ist.

Aufgabe 26:

Zeigen Sie:

- a) Der Polynomring $K[x, y]$ über einem Körper K ist kein Hauptidealbereich.
- b) Der Ring $\mathbb{Z}[i] \subset \mathbb{C}$ der *Gaußschen Zahlen* bildet mit der Gradabbildung $d(x) = |x|^2$ einen euklidischen Ring.
- c) Der Ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ ist nicht faktoriell.

Aufgabe 27:

Zeigen Sie, dass jeder euklidische Ring ein Hauptidealbereich ist.