

1. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Die Funktionenfolge $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f_n(x) \begin{cases} 2\sqrt{n^3} x, & \text{für } x \in [0, \frac{1}{2n}] \\ 2\sqrt{n^3}(\frac{1}{n} - x) & \text{für } x \in (\frac{1}{2n}, \frac{1}{n}] \\ 0 & \text{für } x \in (\frac{1}{n}, 1] \end{cases}$$

Aufgabe 1:

Zeige: f_n ist stetig. (Skizze)

Aufgabe 2:

Zeige: f_n konvergiert punktweise, aber nicht gleichmäßig.

Aufgabe 3:

Für $p \in [1, \infty)$ ist $\|f_n\|_p = \frac{1}{(1+p)^{\frac{1}{p}}} n^{\frac{1}{2} - \frac{1}{p}}$

Aufgabe 4:

Für welche Werte von p ist (f_n) konvergent bzw. divergent bzgl. $\|\cdot\|_p$?