

Hausaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Abgabetermin: Mittwoch, 20.04.2005, 16:00 Uhr

Aufgabe 1:

Bestimme folgende Integrale:

a) $\int \frac{2x^3}{x^2 + 4} dx$

b) $\int \frac{2x + 3}{x^3 + 2x^2 + x} dx$

c) $\int \frac{x^2 + 2x + 7}{x^3 + x^2 - 2} dx$

Aufgabe 2:

a) Beweise folgende Rekursionsformel:

$$\int \frac{1}{(x^2 + 1)^k} dx = \frac{1}{2(k-1)} \frac{x}{(x^2 + 1)^{k-1}} + \frac{2k-3}{2(k-1)} \int \frac{1}{(x^2 + 1)^{k-1}} dx$$

$$k \in \mathbb{N}, \quad k \geq 2.$$

b) Bestimme folgendes Integral:

$$\int \frac{1}{(x^2 + 2x + 5)^3} dx$$

Aufgabe 3:

Seien $P(z) := a_n z^n + \dots + a_1 z + a_0$ und

$$Q(z) := b_m z^m + \dots + b_1 z + b_0$$

Polynome mit $a_k, b_k \in \mathbb{R}$ und $a_n \neq 0, b_m \neq 0$. Sei

$$f(z) := \frac{P(z)}{Q(z)}.$$

Zeige:

a) $f(\bar{z}) = \overline{f(z)}$ für alle $z \in \mathbb{C}$

b) $\lim_{|z| \rightarrow \infty} f(z) = 0$ genau dann wenn $n < m$.