

9. Übungsblatt zur Vorlesung Differentialgeometrie I

Der Rotationstorus T entsteht durch Rotation des Kreises

$$(x - a)^2 + z^2 = r^2, y = 0$$

um die z -Achse. Hierbei sind $0 < r < a$ Konstanten.

Aufgabe 1:

Bestimme die geodätischen Mediane.

Aufgabe 2:

Sei $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow T^2$ eine Geodäte, die tangential zum Median durch $(a, 0, r)$ ist. Zeige: der Abstand von $\gamma(t)$ zur z -Achse ist mindestens a für alle $t \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3:

Sei $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow T^2$ eine Geodäte, die den Median durch $(a + r, 0, 0)$ in einem Winkel θ schneidet.

- a) Zeige: γ schneidet auch den Median durch $(a - r, 0, 0)$ genau dann wenn $\cos \theta < \frac{a - r}{a + r}$.
- b) Wie sieht γ aus, falls $\cos \theta = \frac{a - r}{a + r}$?
- c) Wie sieht γ aus, falls $\cos \theta > \frac{a - r}{a + r}$?