

1. Blatt Approximationstheorie
WS 2004/05 (Möller/Charina-Kehrein)

Abgabetermin ist Freitag, 15.10.04, 12.00. Aufgabenkasten Nr. 116.

Internetseite:

www.mathematik.uni-dortmund.de/lsviii/veranstaltungen/approx04/

Aufgabe 1 (4+4 Punkte)

Berechnen Sie jeweils die linearen und die konstanten Funktionen, die von der Funktion $f(x) = x^3$ bzgl. der Normen

$$\|g\|_2 := \left(\int_{-1}^1 |g(t)|^2 dt \right)^{1/2}, \quad g \in L_2[-1, 1],$$

bzw.

$$\|h\|_\infty := \max\{|h(t)| : -1 \leq t \leq 1\}, \quad h \in C[-1, 1],$$

minimalen Abstand haben.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x) = 1$ gegeben. Definiere

$$S := \{s \in C[0, 1] : s(x) = \alpha x, \alpha \in \mathbb{R}\}.$$

Bestimmen Sie alle α so, dass $\|f - s\|_\infty$ minimal ist.

Aufgabe 3 (4+4 Punkte)

Wiederholen Sie die wichtigsten Eigenschaften der

a) Tschebyscheff-Polynome,

b) Legendre-Polynome,

(z.B. aus dem Numerik-Skript, aus einem Numerik-Buch, aus einer Formelsammlung, oder aus Kapitel 22 in [1]).

Erstellen Sie jeweils für Punkt a) und Punkt b) eine Übersicht dieser Eigenschaften in tabellarischer Form (von maximal einer DinA4-Seite).