

Analysis I für Lehramt Gymnasium

8. Übungsblatt, WS 2004/05

Abgabe bis Montag, 6. Dezember 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right) \frac{1}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^n - 1)(x^{n-1} - 1)}{(x-1)(x^2 - 1)} \quad (n \geq 2)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{(x+1)^2 - \sqrt{x}}}{(x+1)^2}$

Aufgabe 2

Überprüfen Sie die Existenz folgender Grenzwerte und bestimmen Sie diese gegebenenfalls:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \cos \frac{1}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 \sin(1-x) - \sin(1-x)}{x^3 - x^2 - x + 1}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \frac{1-x}{3+2x}$

Aufgabe 4

Es sei H die Heaviside-Funktion mit $H(0) := \frac{1}{2}$ und es seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) := (H(x-1) + 1)(x^3 + 4) \qquad g(x) := (H(x-1) + 1)(x^3 - 1)$$

- Zeigen Sie, dass f und g jeweils monoton wachsend sind.
- Bestimmen Sie jeweils deren rechts- und linksseitigen Grenzwert im Punkt $x_0 = 1$.
- Existieren $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ bzw. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$? Begründen Sie Ihr Ergebnis!